

2 流体モデルを用いた火山噴煙のシミュレーションと可視化

水野 良一[†]

土橋 宜典[‡]

西田 友是[†]

[†] 東京大学

[‡] 北海道大学

1 はじめに

火山噴煙のシミュレーションと可視化は自然災害時のシミュレーションや、映画・ゲームなどのエンターテインメントなどに有用である。しかしながら、コンピュータ・グラフィックスの分野では火山噴煙のシミュレーションと可視化の研究はほとんど行われていない。そこで、本稿では火山噴煙のダイナミクスに基づいたシミュレーションと可視化の手法を提案する。一般にマグマは赤熱した粘性の高い流体であると思われるが、本稿では火口から噴出された火砕物と火山ガスの混合流体を「マグマ」と呼称する。そして、マグマと空気の混合流体を「噴煙」と呼称する。マグマ中の火砕物は噴出のエネルギーによって粒径数ミリ程度にまで粉碎される。それゆえ、火砕物と火山ガスは熱平衡状態にあり、相対速度は無視できるほど小さい。従って、火砕物と火山ガスの混合流体であるマグマは 1 流体として扱うことができる。ゆえに、噴煙はマグマと空気の 2 流体から構成される。そこで、本稿では火山噴煙の振舞いを 2 流体モデルを用いてシミュレートする。そして、適当な近似と仮定により、噴煙の密度とマグマ・空気の混合率の非線形な関係のlookupテーブルを作成し、効率化を図る。これらにより、火山噴煙のダイナミクスに基づいて、実用的な計算時間で火山噴煙のシミュレーションと可視化を行う。

2 関連研究

Woods は火山噴煙のダイナミクスを数値的に厳密に解析した [6]。しかし、Woods は火山噴煙の鉛直構造のみを議論したので、火山噴煙の可視化にそのまま適用することはできない。鈴木は火山噴煙の 2 次元モデルを提案した [5]。このモデルはよく火山噴煙の振舞いを再現することができる。しかし、鈴木が提案したモデルを用いたシミュレーションには非常に長い計算時間を必要とするので、そのまま 3 次元モデルに拡張することは現実的ではない。水野らは CML というパターン生成のセルダイナミクスを用いて火山噴煙の振舞いをシミュレートし、火山噴煙のアニメーションを生成する手法を提案した [4]。この手法により、実用的な計算時間で火山噴煙のアニメーションを生成することができる。しかし、この手法は火山噴煙の振舞いを定性的にシミュレートする。すなわち、シミュレーションに用いられるパラメータは必ずしも実際の物理量に対応付けられるわけではない。本稿で提案する手法は実用的な計算時間で 3 次元の火山噴煙の振舞いを定量的にシミュレートすることができる。そして、シミュレーション結果をレンダリングすることによ

って、リアルな火山噴煙の画像を生成することができる。

3 火山噴煙のダイナミクス

マグマは、乱流ジェットとして噴出する。噴出直後、マグマの密度は大気の密度の数倍の値を持つ。従って、噴煙は重力を受け、急減速する。しかし、この間、噴煙は乱流の渦によって周囲の空気を取り込む。取り込まれた空気はマグマの熱によって瞬時に温められ、膨張し、噴煙の密度が上昇とともに急速に減少する。噴煙の密度が大気の密度より小さくなれば、噴煙は浮力によって大気中を上昇する。大気の密度は高度とともに減少するので、上昇した噴煙は高層大気で再び大気の密度と同じ密度となる。そして、噴煙は上向きの運動量を失い、水平方向に広がる。この高度のことを中立密度高度という。結果として、典型的な火山噴煙の形状は図 1 のようになる [3]。

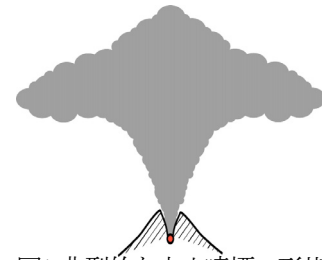


図1: 典型的な火山噴煙の形状

4 火山噴煙のモデル

本節では提案する火山噴煙のモデルについて説明する。本モデルでは速度場をシミュレートし、空気とマグマを速度場により輸送する。このことにより、噴煙の振舞いをシミュレートする。また、空気とマグマは速度場に影響を与える。

4.1 速度場の発展方程式

空気の粘性およびマグマ中の火砕物の分子間引力による粘性は小さい。また、マグマが噴出する速度は音速未満である。そこで、本モデルでは速度場の時間発展は非圧縮性のオイラー方程式に従うものとする。

4.2 マグマおよび空気の密度の発展方程式

マグマおよび空気は速度場によって運ばれる。従って、マグマの密度 ρ_m および空気の密度 ρ_a の時間発展は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho_m, \quad \frac{\partial \rho_a}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho_a. \quad (1)$$

4.3 噴煙の密度

マグマ中の火山ガスの重量分率を α 、空気の重量分率を n_a とし、噴煙中の固体部分の密度を ρ_{solid} 、気体部分の密度を ρ_{gas} とすると、噴煙の単位質量あたりの体積 $1/\rho_b$

は次式で表される。

$$\frac{1}{\rho_b} = \frac{(1-\alpha)(1-n_a)}{\rho_{solid}} + \frac{\alpha(1-n_a)}{\rho_{gas}} + \frac{n_a}{\rho_{gas}}. \quad (2)$$

ここで、 $n_a = \rho_a / (\rho_m + \rho_a)$ である。式(2)の右辺第1項は噴煙中の固体部分の体積分率を表す。これは一般に1%未満なので、式(2)の右辺第1項は無視できる。そして、式(2)は気体の状態方程式を用いて次式のように表される。

$$\frac{1}{\rho_b} = \frac{\{\alpha(1-n_a) + n_a\} R_{gas} T_b}{p_{gas}}, \quad (3)$$

ここで、 R_{gas} は噴煙中の気体部分の気体定数、 T_b は噴煙の温度、 p_{gas} は噴煙中の気体部分の圧力である。火山ガスと空気の気体定数をそれぞれ R_m , R_a とすると、 R_{gas} は次式で与えられる。

$$R_{gas} = \frac{\alpha(1-n_a)R_m + n_a R_a}{\alpha(1-n_a) + n_a}. \quad (4)$$

そして、マグマと空気の温度がそれぞれ T_m , T_a であるとき、 T_b は次式で与えられる。

$$T_b = \frac{(1-n_a)C_m T_m + n_a C_a T_a}{(1-n_a)C_m + n_a C_a}, \quad (5)$$

ここで、 C_m , C_a はそれぞれマグマと空気の定圧比熱である。式(3)に式(4), (5)を代入し、気体の状態方程式を用いると、噴煙の密度 ρ_b は次式で表される。

$$\rho_b = \frac{\rho_a R_a T_a}{\alpha(1-n_a)R_m + n_a R_a} \times \frac{(1-n_a)C_m + n_a C_a}{(1-n_a)C_m T_m + n_a C_a T_a}. \quad (6)$$

ρ_b は T_m , T_a が定めれば、 ρ_m , ρ_a のみの関数となる。ただし、 $n_a = \rho_a / (\rho_m + \rho_a)$ である。そこで、本手法ではマグマの熱容量は大きい温度が変化しにくく、噴煙中に取り込まれる空気の温度はほぼ一定であることから、 T_m , T_a を固定して考える。このことにより、前処理で ρ_b と ρ_m , ρ_a の関係のルックアップテーブルを作成することが可能になり、式(6)を各タイムステップで全ボクセルについて計算する必要がなくなる。

4.4 浮力

浮力は噴煙と大気の密度差によって生じる。従って、浮力は次式で与えられる。

$$\mathbf{f}_{buoy} = g \{(\rho_{a,amb} - \rho_b) / \rho_b\} \mathbf{z}, \quad (7)$$

ここで、 g は重力加速度、 \mathbf{z} は鉛直上向きの単位ベクトルである。そして、 $\rho_{a,amb}$ は大気の密度で、指数関数を用いて与えられる[4]。

5 結果

本モデルの数値解法には Fedkiw らの手法 [2]を用いた。そして、レンダリングには土橋らの手法 [1]を用いた。シミュレーションの計算時間は解析空間を 10^6 ボクセルで表現した場合、1 タイムステップあたり約 2 秒であった。計算には Pentium 4 2.7GHz CPU, 1GB RAM マシンを用いた。図 2 に本手法による生成画像を示す。生成画像は $T_a = 300\text{K}$, $\alpha = 0.05$, 噴出速度: 100m/s としたとき、 T_m を 700K

から 1000K まで 100K ずつ増加させて設定した場合のシミュレーション結果のマグマの密度を可視化したものである。図 2a はマグマの温度が低いため、噴煙が十分な浮力を得ることができず噴煙柱が形成されない現象を表す画像である。図 2b は噴煙の最高到達高度が中立密度高度程度であるため、円錐型の火山噴煙が形成される現象を表す画像である。図 2c は噴煙の最高到達密度が中立密度高度よりも高いため、きのこ雲状の噴煙が形成される現象を表す画像である。図 2d はマグマの温度が高いため、噴煙が中立密度高度を大きく超えて上昇する「オーバーシュート」という現象を表す画像である。

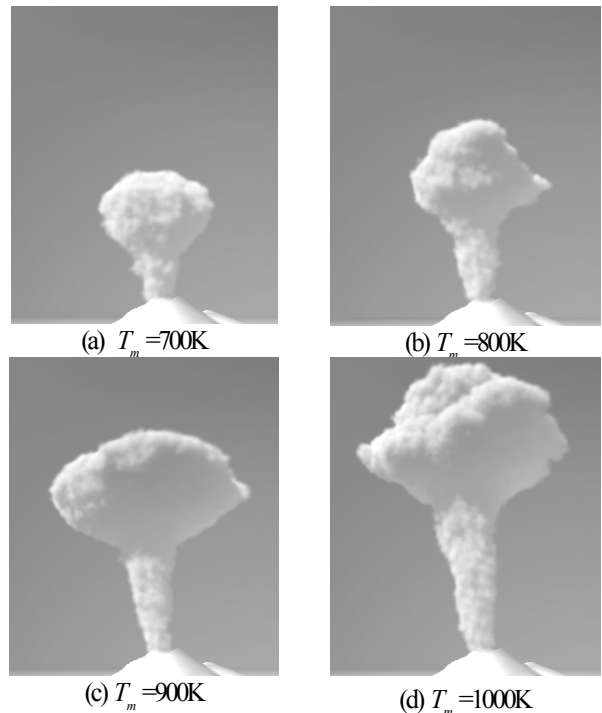


図2: 本手法による生成画像

6 まとめ

本稿では火山噴煙のダイナミクスに基づき、適当な近似と仮定により、適度に簡略化された火山噴煙のモデルを提案した。そして、火山噴煙の3次元空間における定量的なシミュレーション、およびその結果の可視化を実現した。

参考文献

- [1] Y. Dobashi, T. Yamamoto, and T. Nishita, Efficient Rendering of Lightning Taking into Account Scattering Effects due to Clouds and Atmospheric Particles, *Proc. Pacific Graphics 2001*, 390-399, 2001.
- [2] R. Fedkiw, J. Stam, and H. W. Jensen, Visual Simulation of Smoke, *Proc. SIGGRAPH 2001*, 15-22, 2001.
- [3] T. Koyaguchi, Physics of Volcanic Cloud, *Parity*, **15** (11), 30-36, 2000.
- [4] R. Mizuno, Y. Dobashi, and T. Nishita, Volcanic Smoke Animation using CML, *Proc. International Computer Symposium 2002*, **2**, 1375-1382, 2002.
- [5] Y. Suzuki, Numerical Simulation of Volcanic Explosive Eruption, *Master Thesis of The University of Tokyo*, 2001.
- [6] A. W. Woods, The fluid dynamics and thermodynamics of eruption column, *Bull. Volcanol.*, **50**, 169-193, 1988.